

Zuname:

Vorname:

KennNr:

Matr.Nr:

MATHEMATIK 2

DRMOTA

- 1) (1) Es sei A eine reelle $n \times n$ -Matrix. Wie ist ein Eigenwert der Matrix A definiert und wie kann man die Eigenwerte (rechnerisch) bestimmen?
- (2) Wie ist ein (zu einem Eigenwert λ gehöriger) Eigenvektor der Matrix A definiert?
- (3) Es sei $A = P \cdot \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \cdot P^{-1}$ mit einer invertierbaren Matrix P und einer Diagonalmatrix $\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$. Was kann man über die Diagonalelemente λ_j im Bezug zur Matrix A sagen und welche Bedeutung haben die Spaltenvektoren der Matrix P ?
- (4) Man bestimme eine 2×2 -Matrix mit Eigenwerten $\lambda_1 = 2$ und $\lambda_2 = -3$ und (dazugehörigen) Eigenvektoren $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
[1+1+1+1 = 4 Punkte]

- 2) (1) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 7y' + 12y = e^x \sin x + e^{3x}.$$

- (2) Man bestimme die Koeffizienten p und q in der linearen homogenen Differentialgleichung $y'' + p \cdot y' + q \cdot y = 0$, deren allgemeine Lösung durch $y(x) = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$ gegeben ist.
[3+1 = 4 Punkte]

- 3) (1) Wann nennt man eine Differentialgleichung der Form

$$P(x, y) + Q(x, y)y' = 0$$

exakt?

- (2) Wie löst man eine exakte Differentialgleichung?
- (3) Lösen Sie die Differentialgleichung $y^2 - 7 + 2xyy' = 0$.
- (4) Was ist ein *integrierender Faktor*?
[1+1+1+1 = 4 Punkte]

Bitte umblättern!!!

- 4) Beantworten Sie die folgenden Fragen zum Thema Extremwerte von Funktionen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ in mehreren Variablen:
- (1) Was ist ein relatives bzw. absolutes Extremum?
 - (2) Wie findet man relative Extrema (man formuliere insbesondere für den Fall $n = 2$ notwendige und hinreichende Bedingungen)?
 - (3) Wie berücksichtigt man eine Nebenbedingung $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$?
 - (4) Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren die Extremwerte der Funktion $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ unter der Nebenbedingung $x + y = 3$.
- [1+1+1+1 = 4 Punkte]

- 5) (1) Wie lautet die Fourierreihe einer **ungeraden** 2π -periodischen Funktion $f(x)$ und wie kann man die dabei auftretenden Koeffizienten berechnen?
- (2) Man bestimme die Fourierreihe der Funktion
- $$f(x) = x \quad \text{für } -\pi < x \leq \pi.$$
- (3) Wie lautet die Fourierreihe von $F(x) = \int_0^x f(t) dt = x^2/2$ ($-\pi < x \leq \pi$)?
- [1+2+1 = 4 Punkte]

Viel Erfolg!

Wien, am 6. Mai 2011 (Ab hier freilassen!)