Zuname:

Vorname:

KennNr:

Matr.Nr:

MATHEMATIK 2 - GRUPPE C

LUDWIG

10. Juni 2011

(1) (i) Wie ist der Rang einer $m \times n$ Matrix definiert?
(ii)

$$\begin{array}{rrrrrl} x_1 & -2x_2 & -x_3 & +x_4 & & = 5 \\ 2x_1 & -4x_2 & -3x_3 & & & = 13 \\ -3x_1 & +6x_2 & -2x_3 & -13x_4 & -x_5 & = -2 \\ -2x_1 & +4x_2 & -x_3 & -8x_4 & -x_5 & = -3 \\ 2x_1 & -4x_2 & -2x_3 & +2x_4 & & = 10 \end{array}$$

Geben Sie die allgemeine Lösung dieses Gleichungssystems an.
(iii) Sei A die Systemmatrix des obigen Gleichungssystems. Bestimmen Sie die Determinante von A!

(1+2+1= 4 Punkte)

(2)

$$f(x,y) = 5 + 3x - x^2 + 4y - 2y^2$$

(i) Erklären Sie den Begriff *lokales Maximum*.
(ii) Berechnen Sie alle lokalen Extrema im Inneren des Gebiets G beschränkt durch die Geraden $x = 2$, $y = x$ und $y = 0$. Welche der Extrema sind lokale Minima bzw. Maxima?
(iii) Berechnen Sie $\int\int_G x\,y^2\,dx\,dy$, wobei G wie in (ii) definiert ist.

(1+2+1= 4 Punkte)

(3)

$$-1 + (x - y^2)y' = 0$$

(i) Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung nicht exakt ist!
(ii) Berechnen Sie einen integrierenden Faktor für diese Differentialgleichung! Geben Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung an!
(iii) Wie ist das Kurvenintegral im $\mathbb{R}^2$ definiert?

(1+2 +1= 4 Punkte)

(4)

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x},\ A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Geben Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von A an.
(ii) Geben Sie die allgemeine Lösung dieses Differentialgleichungssystems an.
(iii) Sei $\boldsymbol{x}(0) = \binom{0}{1}$. Geben Sie die Lösung zu dieser Anfangsbedingung an.
(iv) Wann ist die Lösung eines Differentialgleichungssystems stabil (Definition)? Sind hier die Lösungen stabil?

(5)

$$y'' + 4y = \sin(x) + x^2 \cos(2x)$$

(i) Geben Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung an!
(ii) Geben Sie den *Ansatz* für die Partikulärlösung an!
(iii) Sei zusätzlich die Anfangsbedingung $y(0) = y'(0) = 0$ gegeben. Lösen Sie dieses Anfangswertproblem mit Laplace-Transformation! (Die Rücktransformation muss nicht durchgeführt werden.)

(1+1+2= 4 Punkte)

Viel Erfolg!

(Ab hier freilassen!)