

Prüfung aus Mathematik 3 für MB und VT
am 15. Oktober 2010

ZUNAME:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Formulieren Sie den Satz von Dirichlet über Fourierreihen.
- (b) Lösen Sie das Sturm–Liouvillesche Randwertproblem

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y'(0) = y'(\pi) = 0.$$

- (c) Entwickeln Sie die auf dem Intervall $[0, \pi]$ definierte Funktion $g(x) = \cos(17x)$ nach Eigenfunktionen des Sturm–Liouvilleschen Randwertproblems aus Beispiel (b).
2. (a) Es sei A eine $n \times n$ Matrix. Erklären Sie allgemein die Vorgehensweise zur Lösung eines Differentialgleichungssystems $\dot{\mathbf{x}}(t) = A \mathbf{x}(t)$ mit Hilfe der Eigenwert-Eigenvektormethode.
 - (b) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem des Differentialgleichungssystems

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t).$$

3. (a) Formulieren Sie den Integralsatz von Gauß.
- (b) Es sei F der Schnitt der Ebene $x + 2y + z = 4$ mit dem ersten Oktanten und

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} zx \\ 2y \\ x + y \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie unter Verwendung eines geeigneten Integralsatzes das Kurvenintegral $\int_C \mathbf{v} d\mathbf{x}$, wobei C die im mathematisch positiven Sinn durchlaufene Randkurve von F bezeichnet.

4. Bestimmen Sie für $0 \leq x \leq \pi$ und $t \geq 0$ eine Lösung der Differentialgleichung

$$u_t = u_{xx}, \quad u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 1 - \cos(17x).$$