

Prüfung aus Mathematik 2 für BI
am 28. November 2008

Zuname:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Ordnen sie die Symbole “ A , \mathbf{x} , \mathbf{y} , =” so, daß ein lineares Gleichungssystem entsteht. Erklären Sie alle Symbole, was ist gegeben, was gesucht?
- (b) Kreuzen sie alle Möglichkeiten an, die als Lösung eines linearen Gleichungssystems $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$ auftreten könnten:
- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> keine Lösung; | <input type="checkbox"/> ein Punkt; |
| <input type="checkbox"/> zwei Punkte; | <input type="checkbox"/> eine Gerade durch $\mathbf{0}$; |
| <input type="checkbox"/> zwei 2-dimensionale Ebenen; | <input type="checkbox"/> eine Gerade durch $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; |
| <input type="checkbox"/> der gesamte \mathbb{R}^4 . | |
- (c) Lösen Sie $A\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, indem Sie die EW und EV von A und damit A^{-1} berechnen. ($A^{-1} = SD^{-1}S^{-1}$)

2.

$$f(x, y) = (x - y - 1)^2 + e^{y^2}$$

- (a) Zeigen Sie: es gibt nur ein Extremum, ein Minimum.
- (b) Bestimmen Sie alle Richtungsableitungen im Minimum. Erläutern Sie das Resultat anschaulich!
- (c) Stellen Sie die Gleichung der Höhenschichtlinien (implizit) auf. Bilden sie die Differentialgleichung der Höhenschichtlinien.
- (d) Zeigen sie, daß diese DG aus c) exakt ist. Geben Sie alle Lösungen der DG an.
3. $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x \leq 0 \\ -1 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$
- (a) Setzen Sie die Funktion $f(x)$ periodisch fort und entwickeln Sie f in eine Fourierreihe. (Skizze!!)
- (b) Was besagt der Satz von Dirichlet? Sind hier die Voraussetzungen des Satzes von Dirichlet erfüllt? Gegen welche Werte konvergiert die Fourierreihe also an $x = 0, 1, \pi$ und $2\pi + 1$?
4. (a) Lösen sie das Sturm-Liouvillesche EW-Problem $4Y'' + \lambda Y = 0$ mit den RB $Y(0) = Y(\pi) = 0$.
- (b) Diese Differentialgleichung ist ein Sturm Liouvilleschen EW-Problem, weil ?:
- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> zwei lin.unabh. Lösung gesucht sind; | <input type="checkbox"/> jene λ mit Lösungen $\neq 0$ gesucht sind; |
| <input type="checkbox"/> nur sin und cos als Lösungen auftreten; | <input type="checkbox"/> $Y = \lambda$ eine nichttriviale Lösung ist. |
- (c) Führen Sie den Separationsansatz für die DG $z_{xx} + 4z_{yy} = 0$ durch. RB: $z(x, 0) = z(x, \pi) = z_x(0, y) = 0$. Lösen Sie **nur** die DG in y . Verwenden sie a)!