

**Prüfung aus Mathematik 2 für BI**  
**am 28. November 2008**

Zuname: .....  
Vorname: .....  
Kennzahl: .....  
Mat.Nr.: .....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!  
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Ordnen sie die Symbole “ $A$ ,  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ ,  $=$ ” so, daß ein lineares Gleichungssystem entsteht. Erklären Sie alle Symbole, was ist gegeben, was gesucht?
- (b) Kreuzen sie alle Möglichkeiten an, die als Lösung eines linearen Gleichungssystems  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$  auftreten könnten:
- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> keine Lösung;                | <input type="checkbox"/> ein Punkt;   |
| <input type="checkbox"/> zwei Punkte;                 | <input type="checkbox"/> eine Gerade durch $\mathbf{0}$ ;                                     |
| <input type="checkbox"/> zwei 2-dimensionale Ebenen;  | <input type="checkbox"/> eine Gerade durch $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ; |
| <input type="checkbox"/> der gesamte $\mathbb{R}^4$ . |   |
- (c) Lösen Sie  $A\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  mit  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , indem Sie die EW und EV von  $A$  und damit  $A^{-1}$  berechnen. ( $A^{-1} = SD^{-1}S^{-1}$ )

2.

$$f(x, y) = (x - y - 1)^2 + e^{y^2}$$

- (a) Zeigen Sie: es gibt nur ein Extremum, ein Minimum.
- (b) Bestimmen Sie alle Richtungsableitungen im Minimum. Erläutern Sie das Resultat anschaulich!
- (c) Stellen Sie die Gleichung der Höhenschichtlinien (implizit) auf. Bilden sie die Differentialgleichung der Höhenschichtlinien.
- (d) Zeigen sie, daß diese DG aus c) exakt ist. Geben Sie alle Lösungen der DG an.
3.  $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x \leq 0 \\ -1 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$
- (a) Setzen Sie die Funktion  $f(x)$  periodisch fort und entwickeln Sie  $f$  in eine Fourierreihe. (Skizze!!)
- (b) Was besagt der Satz von Dirichlet? Sind hier die Voraussetzungen des Satzes von Dirichlet erfüllt? Gegen welche Werte konvergiert die Fourierreihe also an  $x = 0, 1, \pi$  und  $2\pi + 1$ ?
4. (a) Lösen sie das Sturm-Liouvillesche EW-Problem  $4Y'' + \lambda Y = 0$  mit den RB  $Y(0) = Y(\pi) = 0$ .
- (b) Diese Differentialgleichung ist ein Sturm Liouvilleschen EW-Problem, weil ?:
- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> zwei lin.unabh. Lösung gesucht sind;    | <input type="checkbox"/> jene $\lambda$ mit Lösungen $\neq 0$ gesucht sind; |
| <input type="checkbox"/> nur sin und cos als Lösungen auftreten; | <input type="checkbox"/> $Y = \lambda$ eine nichttriviale Lösung ist.       |
- (c) Führen Sie den Separationsansatz für die DG  $z_{xx} + 4z_{yy} = 0$  durch. RB:  $z(x, 0) = z(x, \pi) = z_x(0, y) = 0$ . Lösen Sie **nur** die DG in  $y$ . Verwenden sie a)!