

**Prüfung aus Komplexer Analysis**  
**am 3. März 2017**

Zuname: .....  
Vorname: .....  
Kennzahl: .....  
Mat.Nr.: .....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!  
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!  
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Geben Sie den Satz von Casorati -Weierstraß mit Beweis an!
2. Formulieren Sie das Maximumsprinzip für holomorphe Funktionen. Formulieren Sie den Satz von der offenen Abbildung für holomorphe Funktionen. Beweisen Sie das Maximumsprinzip mit Hilfe des Satzes von der offenen Abbildung.
3. Zeigen Sie mit Hilfe des Residuensatzes, dass für  $a > 0$

$$\int_0^\infty \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx = \frac{\pi}{2 a e^a}.$$

Geben Sie dabei alle Substitutionen und Abschätzungen an!

4. a) Sei  $X$  ein topologischer Hausdorffraum. Definieren Sie die Begriffe *Karte*, *Atlas* und *analytischer Atlas* auf  $X$ !  
b) Wie ist die Riemannsche Zahlenkugel  $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$  definiert und wann ist  $f : M \rightarrow \mathbb{C} \cup \{\infty\}$  holomorph (Definition)?  
c) Beschreiben Sie alle holomorphen Funktionen  $f : \mathbb{C} \cup \{\infty\} \rightarrow \mathbb{C} \cup \{\infty\}$  und alle holomorphen Funktionen  $g : \mathbb{C} \cup \{\infty\} \rightarrow \mathbb{C}$ !