3. Übungsblatt am 23.3.2011 - Mathematik 1 für BI - WS 2010

15. Erklären Sie die Begriffe Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz von reellen Folgen anhand der Beispiele

$$a_n = \frac{1}{n}, \qquad b_n = \frac{(-1)^n}{n}, \qquad c_n = \frac{2^n}{(n+1)!}.$$

16. Untersuchen Sie auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz:

$$a_n = 2^{(-1)^n}, \qquad b_n = \left(2^{(-1)}\right)^n, \qquad c_n = (-2)^n, \qquad d_n = 2^{-n}$$

17. Berechnen Sie die Grenzwerte der nachstehenden Folgen, falls vorhanden:

$$a_n = \sqrt{2n+3} - \sqrt{2n}, \qquad b_n = \sqrt{n}\left(\sqrt{2n+3} - \sqrt{2n}\right)$$

18. Berechnen Sie die Grenzwerte der nachstehenden Folgen, falls vorhanden:

$$a_n = \sin\left(\frac{1}{n}\right)\cos n, \qquad b_n = n^3 2^{-n}$$

19. Untersuchen Sie die Folge (a_n) auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz:

$$a_n = \begin{cases} \ln n & \text{für } n = 10^k, k \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

20. Prüfen Sie folgende Aussagen auf ihre Richtigkeit:
    a) Die Folgen (a_n) und (b_n) sind bestimmt divergent, daher ist auch die Produktfolge $(a_n b_n)$ bestimmt divergent.
    b) Die Folge (a_n) ist beschränkt, die Folge (b_n) konvergent, daher ist $(a_n b_n)$ konvergent.

21. Prüfen Sie folgende Aussagen auf ihre Richtigkeit:
    a) Die Folgen (a_n) und (b_n) sind beschränkt, daher ist auch die Folge $(\frac{a_n}{b_n})$ beschränkt.
    b) Die Folge (a_n) ist monoton, die Folge (b_n) eine Nullfolge, daher konvergiert $(b_n^{a_n})$.