12. Übungsblatt - Mathematik 2 für MB und VT - WS 2012/13

1. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblemes
$$y'' = y'y, \qquad y(0) = 0, \qquad y'(0) = 1.$$

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblemes
$$y'' = y' \exp(-y), \qquad y(0) = 0, \qquad y'(0) = 1.$$

3. (a) Erläutern Sie die Reduktion der Ordnung nach d'Alembert.

   (b) Die Differentialgleichung
   $$y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{3}{x^2}y = 0$$
   hat die Lösung $y(x) = x$. Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem.

4. Die Differentialgleichung
$$x^2y'' + (-x^2 - 2x)y' + (x + 2)y = 0$$
hat die Lösung $y(x) = x$. Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem.

5. Die Differentialgleichung
$$xy'' + (x \tan(x) + 2)y' + y \tan(x) = 0$$
hat die Lösung $y(x) = \frac{1}{x}$. Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem.

6. (a) Erklären Sie die Definition der Laplacetransformation und motivieren Sie, warum sie nicht für alle reellwertigen Funktionen f definiert/sinnvoll ist.

   (b) Formulieren Sie die wichtigsten Sätze über die Laplacetransformation.

7. Erläutern Sie die Anwendbarkeit der Laplacetransformation auf Anfangswertprobleme anhand des Beispieles
$$y'' + y = e^t, \qquad y(0) = 1, \qquad y'(0) = 0.$$

8. Verwenden Sie die Laplacetransformation, um die Anfangswertprobleme

   (a) $y + 2y' = e^t$, $y(0) = 1$,

   (b) $y - y' = 1 + \cos(t)$, $y(0) = 2$,

   zu lösen.

9. Parametrisieren Sie eine Eistüte mit einer halben Eiskugel; dabei soll die halbe Eiskugel mit Radius 1 ihren Mittelpunkt im Ursprung haben und in den ersten vier Oktanten liegen. Die kegelförmige Eistüte soll direkt unter der Eiskugel liegen und eine Höhe von 3 haben.

10. Betrachten Sie die Funktionen

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} z \\ x \\ -3y^2 z \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g(x,y,z) = x^2 + y^2 + z$$

und den Rand F des Zylinders $x^2 + y^2 = 16$ von $z = 0$ bis $z = 2$.

Berechnen Sie

$$\int_F f \, \mathrm{d}\mathbf{O} \text{ und } \int_F g \, \mathrm{d}O$$