

## 7. Übungsblatt - Mathematik 2 für MB und VT - WS 2012/13

1. Erläutern Sie den Satz über die Einhüllende einer Kurvenschar am Beispiel  $k(x, y, s) = y - sx^2 + s^2$ .
2. Berechnen Sie den Schwerpunkt des Dreiecks mit den Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  und  $(0, 2)$ .
3. Es seien die Bereiche

$$D_1 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^3\},$$

$$D_2 = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1, -|x| \leq y \leq |x|\}.$$

gegeben. Berechnen Sie die folgenden Integrale durch Rückführung auf Einzelintegrale. Integrieren Sie dabei (a) zunächst nach  $x$  und danach nach  $y$ , bzw. (b) zunächst nach  $y$  und danach nach  $x$ .

$$\iint_{D_1} x + y \, dx \, dy, \quad \iint_{D_2} x^2 y^2 \, dx \, dy.$$

4. Bestimmen Sie den Inhalt der von  $-x^2 + 1$ ,  $2x$  und  $4x - 4$  berandeten Fläche im 1. Quadranten (Skizze!).
5. Formulieren Sie den Satz über die Differentiation von Parameterintegralen. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion

$$F(t) = \iint_D e^{-t(1+y)} \, dx \, dy,$$

wobei  $D = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2\}$ .

6. Verwenden Sie den Transformationssatz um  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx$  zu berechnen. *Hinweis:* Skriptum.
7. Verwenden Sie das Prinzip der Schichtenintegration um das Volumen des von  $4 - x^2 - y^2$  und der  $xy$ -Ebene eingeschlossenen Körpers zu bestimmen.
8. Bestimmen Sie die Oberfläche und das Volumen der Kugel mit Radius  $R > 0$ .
9. Verwenden Sie den Transformationssatz und Beispiel 8, um das Volumen des Ellipsoid  $E = \{(x, y, z) : x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 1\}$  zu berechnen. *Hinweis:*  $u = x$ ,  $v = 2y$ ,  $w = 3z$ .
10. Bestimmen Sie den Schwerpunkt ( $\rho = 1$ ) des Teiles  $K$  des (unbegrenzten) Zylinders

$$Z = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1\},$$

der zwischen den Flächen  $z = -1$  und  $z = x^2 + y^2$  liegt. *Hinweis:* Verwenden Sie Zylinderkoordinaten (Formelsammlung) um die Integrale

$$\iiint_K x \, dx \, dy \, dz, \quad \iiint_K y \, dx \, dy \, dz, \quad \iiint_K z \, dx \, dy \, dz$$

zu berechnen.