

# **BEISPIEL ZUM HOMOMORPHIESATZ**

# Beispiel zum Homomorphiesatz

Die Gruppe  $(G, \circ)$ :

$\circ$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$
$e$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$	$e$
$b$	$b$	$c$	$d$	$f$	$e$	$a$
$c$	$c$	$d$	$f$	$e$	$a$	$b$
$d$	$d$	$f$	$e$	$a$	$b$	$c$
$f$	$f$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$

Die Gruppe  $(H, *)$ :

$*$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$n$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$u$	$u$	$v$	$n$	$y$	$w$	$x$
$v$	$v$	$n$	$u$	$x$	$y$	$w$
$w$	$w$	$x$	$y$	$n$	$u$	$v$
$x$	$x$	$y$	$w$	$u$	$n$	$u$
$y$	$y$	$w$	$x$	$v$	$v$	$n$

# Beispiel zum Homomorphiesatz

Die Gruppe  $(G, \circ)$ :

$\circ$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$
$e$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$	$f$	$e$
$b$	$b$	$c$	$d$	$f$	$e$	$a$
$c$	$c$	$d$	$f$	$e$	$a$	$b$
$d$	$d$	$f$	$e$	$a$	$b$	$c$
$f$	$f$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$

Die Gruppe  $(H, *)$ :

$*$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$n$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$u$	$u$	$v$	$n$	$y$	$w$	$x$
$v$	$v$	$n$	$u$	$x$	$y$	$w$
$w$	$w$	$x$	$y$	$n$	$u$	$v$
$x$	$x$	$y$	$w$	$u$	$n$	$u$
$y$	$y$	$w$	$x$	$v$	$v$	$n$

$$\varphi : G \rightarrow H,$$

$$e \mapsto n, \quad c \mapsto n,$$

$$a \mapsto u, \quad d \mapsto u,$$

$$b \mapsto v, \quad f \mapsto v.$$

# Beispiel zum Homomorphiesatz

Die Gruppe  $(G, \circ)$ :

$\circ$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$e$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$c$	$c$	$e$	$d$	$a$	$f$	$b$
$a$	$a$	$d$	$b$	$f$	$c$	$e$
$d$	$d$	$a$	$f$	$b$	$e$	$c$
$b$	$b$	$f$	$c$	$e$	$d$	$a$
$f$	$f$	$b$	$e$	$c$	$a$	$d$

Die Gruppe  $(H, *)$ :

$*$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$n$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$u$	$u$	$v$	$n$	$y$	$w$	$x$
$v$	$v$	$n$	$u$	$x$	$y$	$w$
$w$	$w$	$x$	$y$	$n$	$u$	$v$
$x$	$x$	$y$	$w$	$u$	$n$	$u$
$y$	$y$	$w$	$x$	$v$	$v$	$n$

$$\varphi : G \rightarrow H,$$

$$e \mapsto n, \quad c \mapsto n,$$

$$a \mapsto u, \quad d \mapsto u,$$

$$b \mapsto v, \quad f \mapsto v.$$

# Beispiel zum Homomorphiesatz

Die Gruppe  $(G, \circ)$ :

$\circ$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$e$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$c$	$c$	$e$	$d$	$a$	$f$	$b$
$a$	$a$	$d$	$b$	$f$	$c$	$e$
$d$	$d$	$a$	$f$	$b$	$e$	$c$
$b$	$b$	$f$	$c$	$e$	$d$	$a$
$f$	$f$	$b$	$e$	$c$	$a$	$d$

Die Gruppe  $(H, *)$ :

$*$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$n$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$u$	$u$	$v$	$n$	$y$	$w$	$x$
$v$	$v$	$n$	$u$	$x$	$y$	$w$
$w$	$w$	$x$	$y$	$n$	$u$	$v$
$x$	$x$	$y$	$w$	$u$	$n$	$u$
$y$	$y$	$w$	$x$	$v$	$v$	$n$

$$\varphi : G \rightarrow H,$$

$$e \mapsto n, \quad c \mapsto n,$$

$$a \mapsto u, \quad d \mapsto u,$$

$$b \mapsto v, \quad f \mapsto v.$$

# Beispiel zum Homomorphiesatz

Die Gruppe  $(G, \circ)$ :

$\circ$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$e$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$c$	$c$	$e$	$d$	$a$	$f$	$b$
$a$	$a$	$d$	$b$	$f$	$c$	$e$
$d$	$d$	$a$	$f$	$b$	$e$	$c$
$b$	$b$	$f$	$c$	$e$	$d$	$a$
$f$	$f$	$b$	$e$	$c$	$a$	$d$

Die Gruppe  $(H, *)$ :

$*$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$n$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$u$	$u$	$v$	$n$	$y$	$w$	$x$
$v$	$v$	$n$	$u$	$x$	$y$	$w$
$w$	$w$	$x$	$y$	$n$	$u$	$v$
$x$	$x$	$y$	$w$	$u$	$n$	$u$
$y$	$y$	$w$	$x$	$v$	$v$	$n$

$$\varphi : G \rightarrow H, \quad \begin{array}{ll} e \mapsto n, & c \mapsto n, \\ a \mapsto u, & d \mapsto u, \\ b \mapsto v, & f \mapsto v. \end{array}$$

$$\ker \varphi = \{e, c\}, \quad a \circ \ker \varphi = \{a, d\}, \quad b \circ \ker \varphi = \{b, f\}$$

# Beispiel zum Homomorphiesatz

Die Gruppe  $(G, \circ)$ :

$\circ$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$e$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$c$	$c$	$e$	$d$	$a$	$f$	$b$
$a$	$a$	$d$	$b$	$f$	$c$	$e$
$d$	$d$	$a$	$f$	$b$	$e$	$c$
$b$	$b$	$f$	$c$	$e$	$d$	$a$
$f$	$f$	$b$	$e$	$c$	$a$	$d$

Die Gruppe  $(H, *)$ :

$*$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$n$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$u$	$u$	$v$	$n$	$y$	$w$	$x$
$v$	$v$	$n$	$u$	$x$	$y$	$w$
$w$	$w$	$x$	$y$	$n$	$u$	$v$
$x$	$x$	$y$	$w$	$u$	$n$	$u$
$y$	$y$	$w$	$x$	$v$	$v$	$n$

$$\varphi : G \rightarrow H, \quad \begin{array}{ll} e \mapsto n, & c \mapsto n, \\ a \mapsto u, & d \mapsto u, \\ b \mapsto v, & f \mapsto v. \end{array}$$

$$\ker \varphi = \{e, c\}, \quad a \circ \ker \varphi = \{a, d\}, \quad b \circ \ker \varphi = \{b, f\}$$

$$\psi(\ker \varphi) = n, \quad \psi(a \circ \ker \varphi) = u, \quad \psi(b \circ \ker \varphi) = v$$

# Beispiel zum Homomorphiesatz

Die Gruppe  $(G, \circ)$ :

$\circ$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$e$	$e$	$c$	$a$	$d$	$b$	$f$
$c$	$c$	$e$	$d$	$a$	$f$	$b$
$a$	$a$	$d$	$b$	$f$	$c$	$e$
$d$	$d$	$a$	$f$	$b$	$e$	$c$
$b$	$b$	$f$	$c$	$e$	$d$	$a$
$f$	$f$	$b$	$e$	$c$	$a$	$d$

Die Gruppe  $(H, *)$ :

$*$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$n$	$n$	$u$	$v$	$w$	$x$	$y$
$u$	$u$	$v$	$n$	$y$	$w$	$x$
$v$	$v$	$n$	$u$	$x$	$y$	$w$
$w$	$w$	$x$	$y$	$n$	$u$	$v$
$x$	$x$	$y$	$w$	$u$	$n$	$u$
$y$	$y$	$w$	$x$	$v$	$v$	$n$

$$\varphi : G \rightarrow H, \quad \begin{array}{ll} e \mapsto n, & c \mapsto n, \\ a \mapsto u, & d \mapsto u, \\ b \mapsto v, & f \mapsto v. \end{array}$$

$$\ker \varphi = \{e, c\}, \quad a \circ \ker \varphi = \{a, d\}, \quad b \circ \ker \varphi = \{b, f\}$$

$$\psi(\ker \varphi) = n, \quad \psi(a \circ \ker \varphi) = u, \quad \psi(b \circ \ker \varphi) = v$$

$$\varphi(G) = \varphi(\{e, a, b, c, d, f\}) = \{\varphi(e), \varphi(a), \varphi(b), \varphi(c), \varphi(d), \varphi(f)\} = \{n, u, v\}$$