— Beispiel 3: Gleichverteilung/Maßtheorie —

Definition. Sei $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots)$ eine $\{0, \dots, 9\}$-Folge. $\bar{x}$ heißt gleichverteilt, wenn für alle $w \in \{0, \dots, 9\}$ gilt:

$$\lim_{N \to \infty} \frac{\#\{i < N : a_i = w\}}{N} = \frac{1}{10}$$

Die Diskrepanz oder Abweichung von der Gleichverteilung wird durch

$$D(\bar{x}, N) = 10 \cdot \max_{w \in \{0, \dots, 9\}} \left| \frac{\#\{i < N : a_i = w\}}{N} - \frac{1}{10} \right|$$

definiert.

Sei k eine natürliche Zahl. Für jede natuerliche Zahl N mißt die k-Diskrepanz $D_k(\bar{x}, N) =$

$$\max_{w:\{1,\dots,k\} \to \{0,\dots,9\}} \left| \frac{\#\{i < N : (a_{i+1}, \dots, a_{i+k}) = (w(1), \dots, w(k))\}}{N} - \frac{1}{10^k} \right| \cdot 10^k$$

wie gut die 10^k vielen $\{0, \dots, 9\}$-Worte der Länge k in den ersten $N + k$ Elementen von $\bar{x}$ gleichverteilt sind.