Prof. Dr. M. Lesch
P. Holy

Abgabe bis 28.10.

Übungen zur Vorlesung Elemente der Mathematik

ÜBUNGSBLATT 1

Übungsabgabe immer bis spätestens Mittwoch Abend im Eingangsbereich der Garderobe der Mathebibliothek (Raum 0.028 im Mathematikzentrum, Endenicher Allee 60), im Kasten ganz hinten gibt es links unten ein mit *Elemente der Mathematik* beschriftetes Fach - bitte da einwerfen und *mit Name und Übungstermin (zB Fr 10-12) deutlich beschriften.*

Aufgabe 1: (5 Punkte) Jedes Fahrrad ist entweder neu oder alt, und es wird entweder gepflegt oder nicht. Weiters ist jedes Fahrrad entweder gut oder schlecht fahrbar. Jedes neue Fahrrad ist gut fahrbar und jedes gepflegte Fahrrad ist gut fahrbar. In einer Schulklasse kommen alle Schüler mit dem Rad zur Schule. Manche ihrer Räder sind gut fahrbar und manche sind schlecht fahrbar. Begründen Sie welche der nachstehenden Schlußfolgerungen zulässig sind (Die Schüler beziehen sich im Folgenden immer auf die Schüler obiger Schulklasse).

(a) Die Schüler haben sowohl neue als auch alte Räder.
(b) Es gibt Schüler mit alten Rädern.
(c) Alle schlecht fahrbaren Räder der Schüler sind alt.
(d) Es gibt Schüler mit alten Rädern, die nicht gepflegt werden.
(e) Alle alten Fahrräder der Schüler sind schlecht fahrbar.

Aufgabe 2: (4 Punkte) Seien A und B Mengen. Zeigen Sie, dass die folgenden 4 Aussagen zueinander äquivalent sind:

(a) $A \subseteq B$,
(b) $A \cup B = B$,
(c) $A \cap B = A$,
(d) $A \setminus B = \emptyset$.

Aufgabe 3: (3 Punkte) Sind A und B Mengen, so bezeichnen wir mit

$$A \triangle B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

die *symmetrische Differenz* von A und B. Zeigen Sie:

(a) $A \triangle B = B \triangle A$.
(b) $A \triangle \emptyset = A$, $A \triangle A = \emptyset$.
(c) Sei C eine weitere Menge. Dann gilt $A \triangle (B \triangle C) = (A \triangle B) \triangle C$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

(a) Zeigen Sie: Ist $\{u, a\} = \{u, b\}$, so ist $a = b$.

* In der Mengenlehre möchte man alle mathematischen Objekte als Mengen darstellen. Sind x und y Mengen, so ist das *geordnete Paar* von x und y üblicherweise definiert als

$$\langle x, y\rangle := \{\{x\}, \{x, y\}\}.$$

(b) Zeigen Sie: $\langle x, y\rangle = \langle x', y'\rangle$ impliziert $x = x'$ und $y = y'$.

(c) Argumentieren Sie, warum diese Eigenschaft die Bezeichnung *geordnetes Paar* rechtfertigt (beachten Sie dabei auch die folgende Teilaufgabe).

(d) Zeigen Sie: Analoges gilt nicht für die (ungeordnete) Paarmenge $\{x, y\}$, d.h. $\{x, y\} = \{x', y'\}$ impliziert nicht dass $x = x'$ und $y = y'$.