5. Wohlordnungen

Uebung 0.1 *Zeige: Ist $\langle W, < \rangle$ eine Wohlordnung so gibt es keine unendlich absteigende Folge in W, also keine Folge $\langle a_i \colon i \in \mathbb{N} \rangle$ mit $a_0 > a_1 > a_2 > \ldots$, wobei $x > y$ genau dann wenn $y < x$ ($>$ bezeichnet die umgekehrte Ordnung).*

Uebung 0.2 *Sei $\langle W, < \rangle$ eine Wohlordnung und sei $f \colon W \to W$ eine streng monoton steigende Funktion (also $x < y \ \to \ f(x) < f(y)$). Zeige: dann gilt $f(x) \geq x$ fuer alle $x \in W$ (also $f(x) > x$ oder $f(x) = x$).*

6. Diverses

Uebung 0.3 *Definiere das geordnete Paar folgendermassen:*

$$(x, y) = \{x, \{x, y\}\}.$$

Funktioniert das? (also folgt aus $(x, y) = (x', y')$ dass $x = x'$ und $y = y'$?)

Uebung 0.4 *Eine Menge x ist transitiv, wenn $\forall y \in x \, \forall z (z \in y \to z \in x)$. Zeige:*

1. *$\emptyset$ ist transitiv.*
2. *Wann sind $\{x\}$ und $\{x, y\}$ transitiv?*
3. *Wenn fuer jedes $i \in I$ (I eine beliebige Indexmenge) A_i transitiv ist, so ist $\bigcup_{i \in I} A_i$ transitiv ($\bigcup_{i \in I} A_i = \{a \colon a \in A_i$ fuer ein $i \in I\}$).*
4. *$(\emptyset, \emptyset)$ ist nicht transitiv (mit Standarddefinition fuer geordnete Paare).*