

Aufgaben 9 und 10 vom Blatt 3.

Aufgabe 11: Nutzlose Modelle von Teilen von ZFC. BST^- ist die Menge der Folgenden Sätze: Extensionalität, Aussonderung, Paarmenge (für je zwei Mengen gibt es eine Menge, die beide als Elemente enthält), Vereinigungsmenge (es gibt eine Menge, die die Vereinigung enthält), sowie die Disjunktion: Potenzmenge (es gibt eine Menge, die diese enthält) ODER Ersetzungsschema.

10A. Natürliche Zahlen. Sei M die \in -Struktur mit Universum \mathbb{N} und $a \in b$ gdw: Bit a in der Binärdarstellung von b ist eine 1.

- Zeige: M ist ein Modell von BST^- .
- Welche Axiome bzw. Axiomenschemata von BST^- gelten noch, wenn man \in "umdreht", also $a \in b$ gdw: Bit b in der Binärdarstellung von a ist eine 1?

10B. Topologische Räume. Sei X ein (nichtleerer) topologischer Raum. Wir definieren eine \in -Struktur M wie folgt: Das Universum besteht aus den offenen Teilmengen von X . $U \in V$ gdw $U \subseteq V$.

- Zeige: M erfüllt Extensionalität, Paarmenge, Vereinigungsmenge und Potenzmenge.
- Zeige: M erfüllt nicht Aussonderung. (Beweis wie Russell, weil der ganze Raum offen ist.)